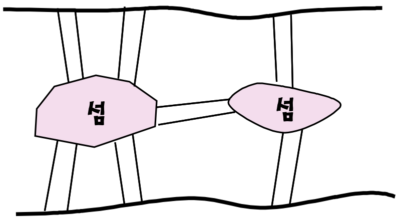
1. 그래프 시작

그래프는 1736년 프러시아의 Kneiphof라는 섬에서 시작되었다.
이 섬에는 7개의 다리가 육지와 섬 사이에 연결되어 있었고,
'7개의 다리를 모두 한번씩만 지나서 원래의 출발 지점으로 되돌아 올 수 있느냐?' 라는 문제가 제기되었다.

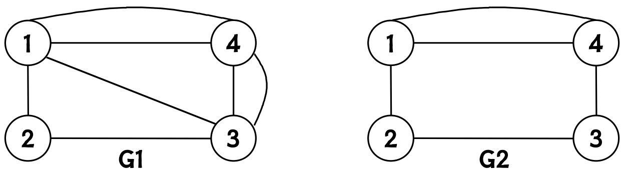


오일러(Euler)는 섬을 정점(vertex)으로 다리를 연결선(edge, 간선)으로 나타내어 '각 정점의 차수가 짝수인 경우에만 각 연결선을 한 번씩만 거치고 출발 정점으로 되돌아 올 수 있다'는 것을 증명하였다.
이러한 길을 **오일러 행로**(Eulerian walk)라 한다.

(1) 오일러 경로와 순환

오일러 경로	모든 정점을 순환하면서 **연결선(간선)**은 한 번씩만 지나는 경우
오일러 순환	오일러 경로를 만족하면서 출발점으로 되돌아오는 경우

[예제 1] 다음 두 그래프에 대해 오일러 경로와 오일러 순환을 살펴보자.

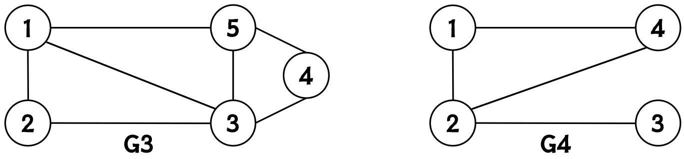


① 그래프 G1은 오일러 순환이다.(1 2 3 4 1 3 4 1 - 한 붓 그리기 가능)
② 그래프 G2는 오일러 경로는 존재하고, 오일러 순환은 없다.(1 2 3 4 1 4)
③ 모든 정점의 각 차수가 모두 **짝수**이면 **오일러 순환**이 된다.(오일러 경로는 당연)
④ 차수가 홀수인 정점이 2개이면 오일러 경로만 가능하다.(오일러 순환은 안됨)
⑤ 차수가 홀수인 정점이 2개인 그래프에서는 출발점을 반드시 차수가 홀수인 정점에서 출발하여야 오일러 경로를 찾을 수 있다. 마지막 정점은 차수가 홀수인 다른 정점이 된다.

(2) 해밀톤 경로와 순환

해밀톤 경로	그래프의 모든 **정점**을 단 한번씩만 지나는 경우
해밀톤 순환	해밀톤 경로에서 시작 정점으로 되돌아오는 경우

[예제 2] 다음 두 그래프에 대해 해밀톤 경로와 해밀톤 순환을 살펴보자.

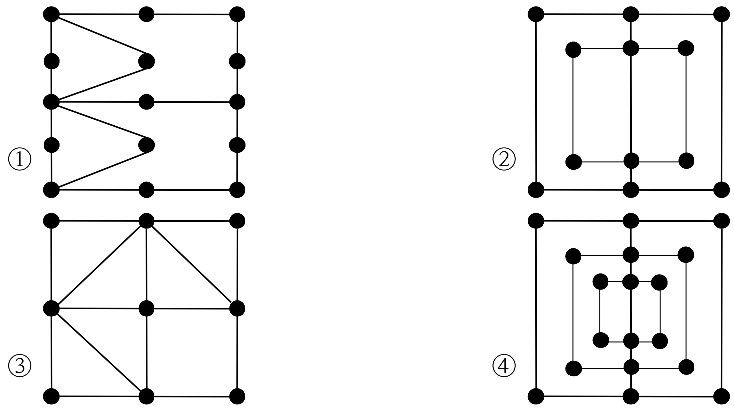


① 그래프 G3은 해밀톤 순환이다.(1 2 3 4 5 1)

② 그래프 G4는 해밀톤 경로는 존재한다.(1 4 2 3) - 해밀톤 순환은 없다.

기출문제 분석

1. 단순 무방향그래프(simple undirected graph) G가 주어졌을 때, 정점(vertex)의 중복 방문을 허용하되, 간선(edge)의 중복은 허용하지 않는 경로(path)를 트레일(trail)이라고 한다. 그래프의 모든 간선들을 단 한 번씩만 통과하되 출발점과 도착점이 일치하지 않는 것을 오일러 트레일(Euler trail)이라고 할 때, 다음 그래프 중에서 오일러 트레일이 존재하지 않는 그래프는? [2021년 국가 7급]

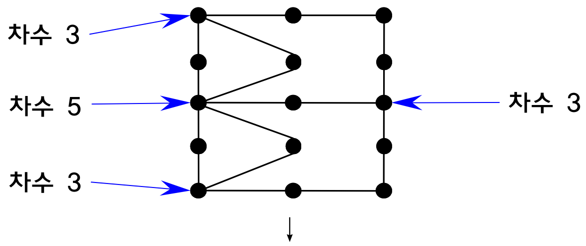


♤ **오일러 경로와 순환**

- 그래프에서 모든 정점의 각 차수가 모두 **짝수**이면 **오일러 순환**이 된다.(오일러 경로는 당연)
- 차수가 **홀수**인 정점이 2개이면, **오일러 경로**만 가능하다.(오일러 순환은 안됨)

  ↓차수가 **홀수**인 정점이 2개인 그래프에서
- **출발점을 반드시 차수가 홀수인 정점**에서 출발하여야 **오일러 경로**를 찾을 수 있다.
- 마지막 정점은 차수가 홀수인 다른 정점이 된다.

// 오일러 트레일(오일러 경로)이 존재하지 않는 그래프는?



↓

- 차수가 **홀수**인 정점이 4개이므로 **오일러 경로**가 불가능하다.

정답 : ①