

4. 연결요소(connected component)

① 무방향그래프

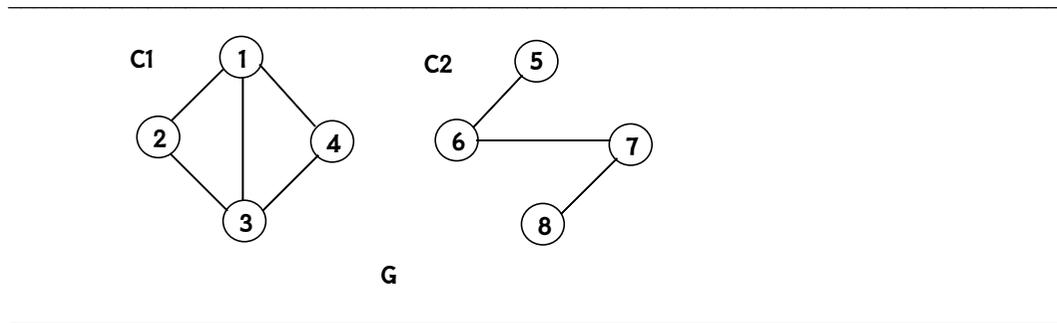
무방향그래프에서 정점 a에서 b까지 경로가 있으면 두 정점 a, b는 연결되었다고 하며, 무방향이므로 반대로 정점 b에서 a까지 경로도 반드시 존재한다.

무방향그래프 G에서 V(G)의 임의의 모든 정점 쌍에 대해 경로가 있으면 연결되었다고 한다. 즉 연결그래프(connected graph)라 한다.

◆ 무방향그래프에서 연결요소

다음 그래프 G는 단절그래프(disconnected graph)이다.

즉, 두 개의 그래프가 아닌 하나의 그래프일 뿐이다. 단지, 분리되어 있다.



- 무방향그래프 G는 두 개의 연결요소 C1과 C2로 구성된 단절그래프이다.
- 무방향그래프이면서 단절된 그래프에서 연결요소는 **최대로** 연결된 부분그래프이다.
- 여기서, **최대**는 연결된 단위 전부를 의미한다.

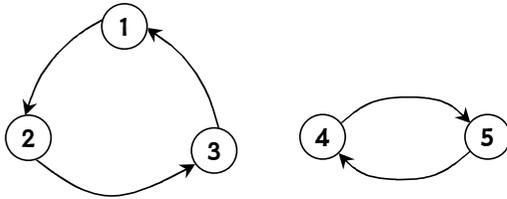
③ 방향그래프

방향그래프에서는 연결요소를 강력연결요소라 한다.

◆ 방향그래프에서 강력연결요소

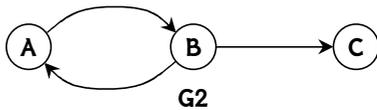
방향그래프 g에서 임의의 두 정점 a에서 b까지, b에서 a까지 방향경로가 있으면 강력연결 (strongly connected)되었다고 하며, G에서 V(G)의 임의의 모든 정점 쌍에 대해 방향경로가 존재하면 그 방향그래프는 강력 연결그래프라 한다.

다음 그래프 G1은 2개의 강력연결요소를 갖는 방향그래프이다.
방향그래프에서 강력연결요소는 강력 연결된 **최대**의 부분그래프이다.



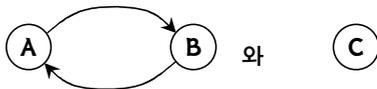
[그래프 G1]

◆ 강력연결요소



G2

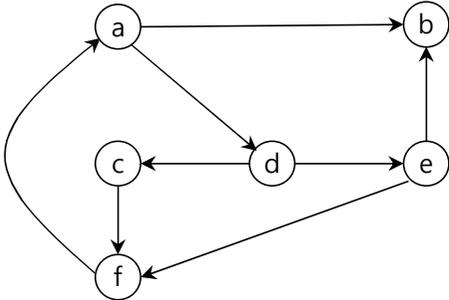
강력연결요소 : 강하게 연결된 **최대**의 부분그래프



- 방향그래프 G2에서 강력연결요소는 2개이다.
- 방향그래프 G2는 내부적으로 두 개의 강력연결요소로 구성되어 있다.
- 방향그래프에서 강력연결요소는 **최대**로 연결된 부분그래프라는 사실을 명심하자!
- 단순히 하나의 정점은 강력연결요소에 해당한다.
- 다른 강력연결요소에 포함되지 않은 정점인 경우에만 해당한다.
- 그래프 G2는 정점 C에서 B로 가는 방향경로가 없으므로 강하게 연결되지 않았다.

기출문제 분석

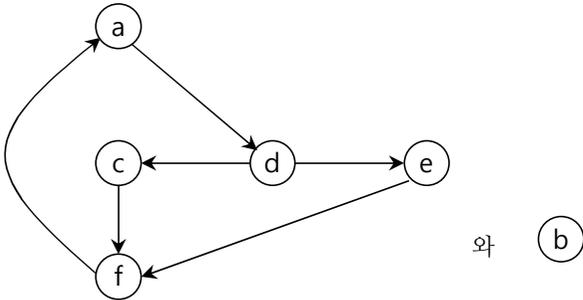
1. 다음 방향 그래프는 강력연결요소(strongly connected component)들이 존재한다. 각 강력연결 요소에 있는 정점들의 개수를 구한 후, 큰 수부터 나열한 것은? [2014년 국가 7급]



- ① 4, 1, 1 ② 4, 2 ③ 5, 1 ④ 6

♣ 강력연결요소

- 방향그래프에서 강력연결요소는 $V(G)$ 에 속한 서로 다른 두 정점 u, v 의 모든 쌍에 대해서 u 에서 v 로, 또한 v 에서 u 로의 방향경로(directed path)가 존재하는 것이다.
 - 방향그래프에서 강력연결요소는 **최대로 연결된 부분그래프**이다.
- 단순히 하나의 정점은 강력연결요소에 해당한다.
 - 다른 강력연결요소에 포함되지 않은 정점인 경우에만 해당한다.
- 주어진 그래프는 다음 2개의 강력연결요소를 가진다.



- 강력연결요소 내의 임의의 2정점을 선택했을 때 한 정점에서 다른 정점으로 가는 경로와 거꾸로 오는 경로가 각각 적어도 하나는 반드시 존재한다.
 - 이 때, 이 두 경로상의 모든 정점들은 같은 강력연결요소 내에 포함되어야 한다.
- 강력연결요소 내의 임의 정점 a와 강력연결요소 외부의 임의 정점 b에 대해, $a \rightarrow b$ 로 가는 방향경로와 $b \rightarrow a$ 로 가는 방향경로가 모두 존재하는 경우는 **없다**.
- 강력연결요소는 집합 내의 정점들이 서로 왕복할 수 있는 최대 크기의 집합이다.

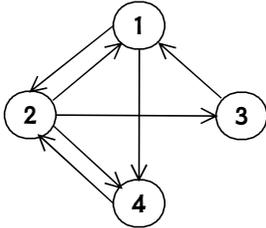
2. 다음 인접행렬로 표현되는 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? [2011년 국가 7급]

	1	2	3	4
1	0	1	0	1
2	1	0	1	1
3	1	0	0	0
4	0	1	0	0

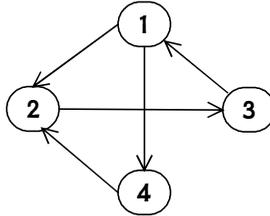
- ① 방향그래프(directed graph)이다.
- ② 간선(edge)의 개수는 7이다.
- ③ 강력연결요소(strongly connected component)는 2개이다.
- ④ 방향사이클이 존재한다.

☞ 강력연결요소(strongly connected component)

• 다음과 같은 그래프이다.



• 강력연결요소는 1개이다.



• 방향그래프에서 강력연결요소는 **최대로 연결된 부분그래프**라는 사실을 명심하자!

1 → 2 → 3 → 4

4 → 2 → 3 → 1