

제12장 탐색구조

1. AVL 트리

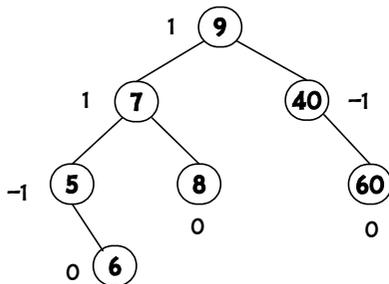
AVL 트리는 1962년 Adelson-Velskii와 Landis가 제안하였다. 첫 글자가 AVL이다.

◆ AVL 트리 정의 - 2가지 조건이 만족되어야 한다.

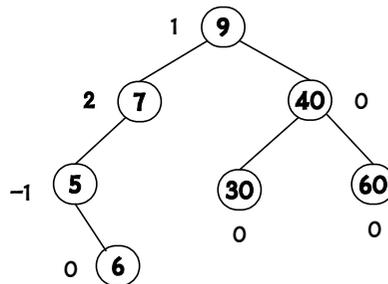
AVL 트리는

- ① 이진탐색트리이면서 - 이진탐색트리의 특수 형태
- ② 임의 노드에 대해서도 왼쪽과 오른쪽 서브트리의 높이 차이가 -1, 0, 1이 되어야 한다. 이를 균형인수(BF; balanced factor)라 한다. - 균형탐색트리

서브트리의 좌우 높이 차이 : $ h_L - h_R \leq 1$	h_L : 왼쪽 서브트리의 높이 h_R : 오른쪽 서브트리의 높이
---------------------------------------	---------------------------------------------



(a) AVL 트리



(b) AVL 트리 아님

- 균형인수가 -1, 0, +1 이외의 값이 있으면 AVL 트리가 될 수 없다.
- 특히, 균형인수가 -1, +1인 노드를 임계노드(critical node)라 한다.

1. AVL 트리에서 회전

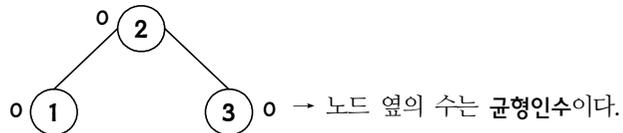
AVL 트리에 새로운 노드를 삽입하면 균형이 깨질 수도 있다. 회전은 균형이 깨진 트리에 대해 전체가 아닌 일부분의 노드를 회전시켜서 AVL 트리가 되도록 하는 것이다.

◆ 회전 종류 - 4가지

- 회전의 종류는 트리구조상 'RR, RL, LL, LR' 4가지만 있다.
- 새로운 키가 삽입되면서 부분적으로 다음 4가지 형태 중에서 회전을 실시하게 된다.

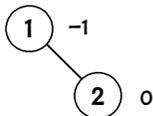
RR 회전이 필요	RL 회전이 필요	LL 회전이 필요	LR 회전이 필요

↓ 4가지 모두 회전 결과는 다음과 같다.

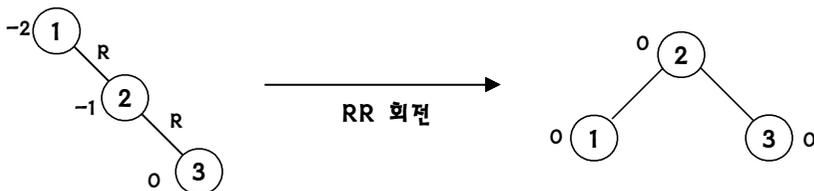


2. RR과 RL 회전

① 값 1과 2를 입력 : 2개의 노드를 가진 AVL 트리

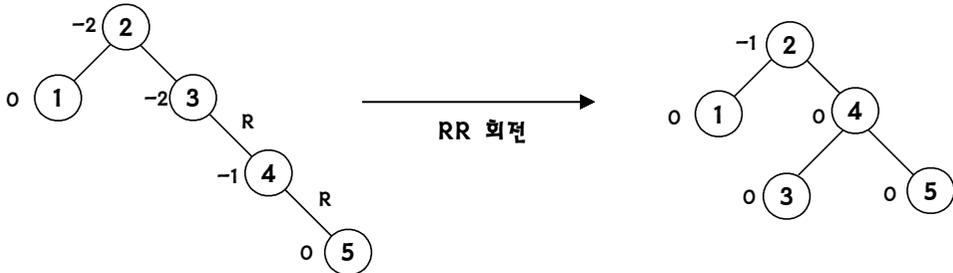


② 값 3을 입력 : 균형인수가 2인 노드가 나타났다. 균형이 깨짐 → 회전



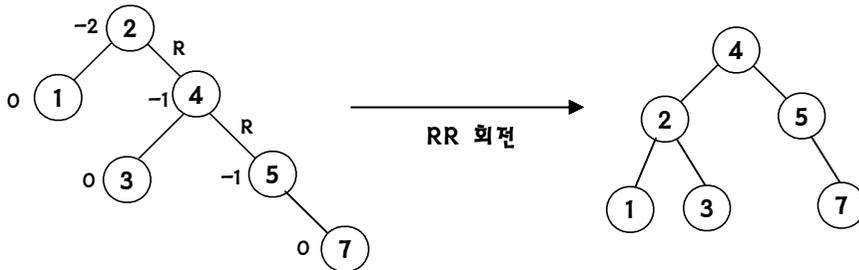
- RR회전 : 새로운 자료 삽입 결과 오른쪽으로 기울어진 트리를 균형 잡는다.

③ 값 4, 5를 입력 : 5가 입력될 때 균형이 깨짐 → 회전

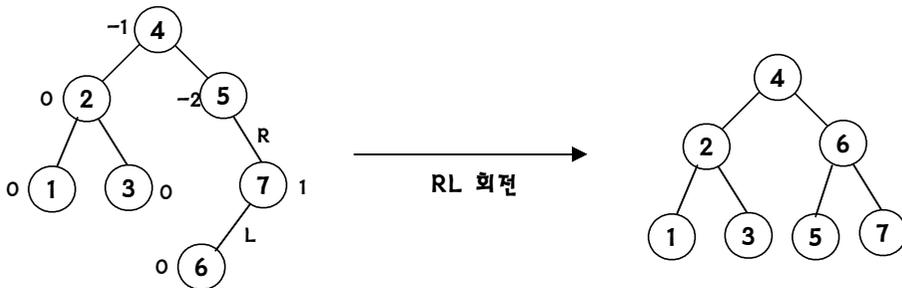


- 새로운 키가 삽입되면서 부분적으로 회전을 실시하게 된다.
- 균형인수 값이 ± 2 인 노드가 여러 개 있을 때 주의할 것!
- 최근에 삽입된 노드에서 가장 가까운 조상노드의 균형인수 값이 ± 2 인 노드가 회전 기준이다.
- 값이 3인 노드가 회전 대상 기준이 된다.
- 어떤 노드의 균형인수가 ± 2 가 되려면 새로운 노드가 삽입되기 전에는 ± 1 인 상태이다.

④ 값 7을 입력



⑤ 값 6을 입력

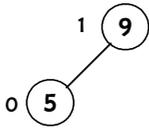


- RR과 RL 회전은 노드 삽입으로 인해 오른쪽으로 기울어진 트리를 균형 잡을 수 있다.
- 회전에 관련되지 않는 서브트리는 높이가 변하지 않는다.

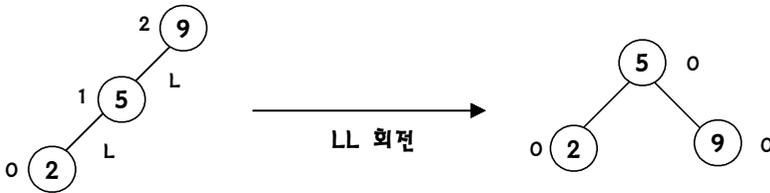
3. LL과 LR 회전

LL과 LR 회전은 RR과 RL 회전에 각각 대칭된다.

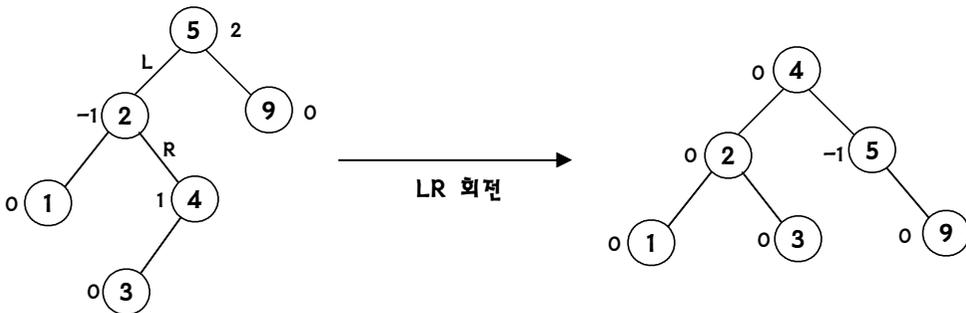
① 값 9, 5를 입력 : 2개의 노드를 가진 AVL 트리



② 값 2를 입력 : 균형인수가 2인 노드가 나타났다. 균형이 깨짐 → 회전



③ 값 4, 1, 3을 차례로 입력 : 3이 입력될 때 균형이 깨짐 → 회전



[Tip 1] LL과 RR은 단일회전, LR과 RL은 이중회전이라 한다.

[Tip 2] 새로운 노드 삽입시 재균형(회전)

- 재균형이 필요없을 확률 : 약 0.54
- 단일회전이 필요할 확률 : 약 0.23
- 이중회전이 필요할 확률 : 약 0.23

4. AVL 트리의 연산시간 및 특징

- ① n개의 노드를 가지는 AVL 트리에서 특정한 값 탐색시간은 $O(\log_2 n)$ 이다.
- ② AVL 트리에 새로운 자료를 삽입하거나 삭제하는 연산시간은 $O(\log_2 n)$ 이다.
- ③ AVL 트리의 모든 값을 순서대로 출력하는 연산시간은 $O(n)$ 이다.
- ④ AVL 트리를 중위운행(좌,중,우)하면 오름차순으로 정렬된 결과를 얻는다.

기출문제 분석

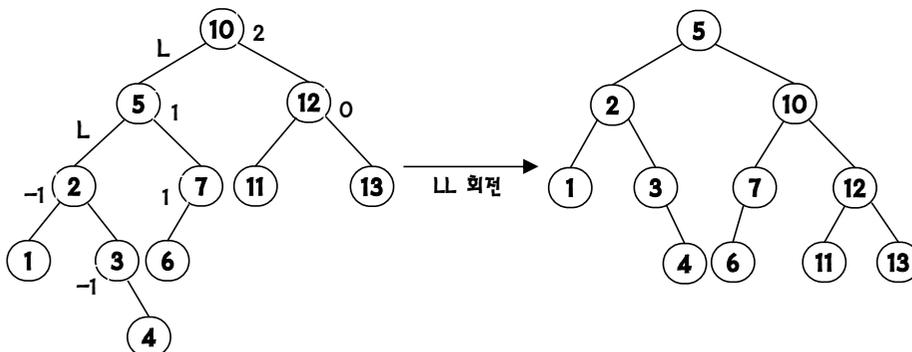
1. 다음 데이터를 이용하여 AVL 트리를 생성할 때, 이에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? [2012년 국가 7급]

12, 11, 10, 5, 3, 7, 6, 1, 13, 2, 4

- ① AVL 트리에서 7을 검색하기 위해서는 4번의 비교가 필요하다.
- ② AVL 트리의 루트 값은 5이다.
- ③ 4가 삽입될 때, AVL 트리의 균형이 깨져서 재구성이 발생한다.
- ④ 6은 리프노드이다.

☞ 완성된 AVL 트리

• 마지막 자료 4가 입력되는 상태에서 LL 회전한 결과이다.



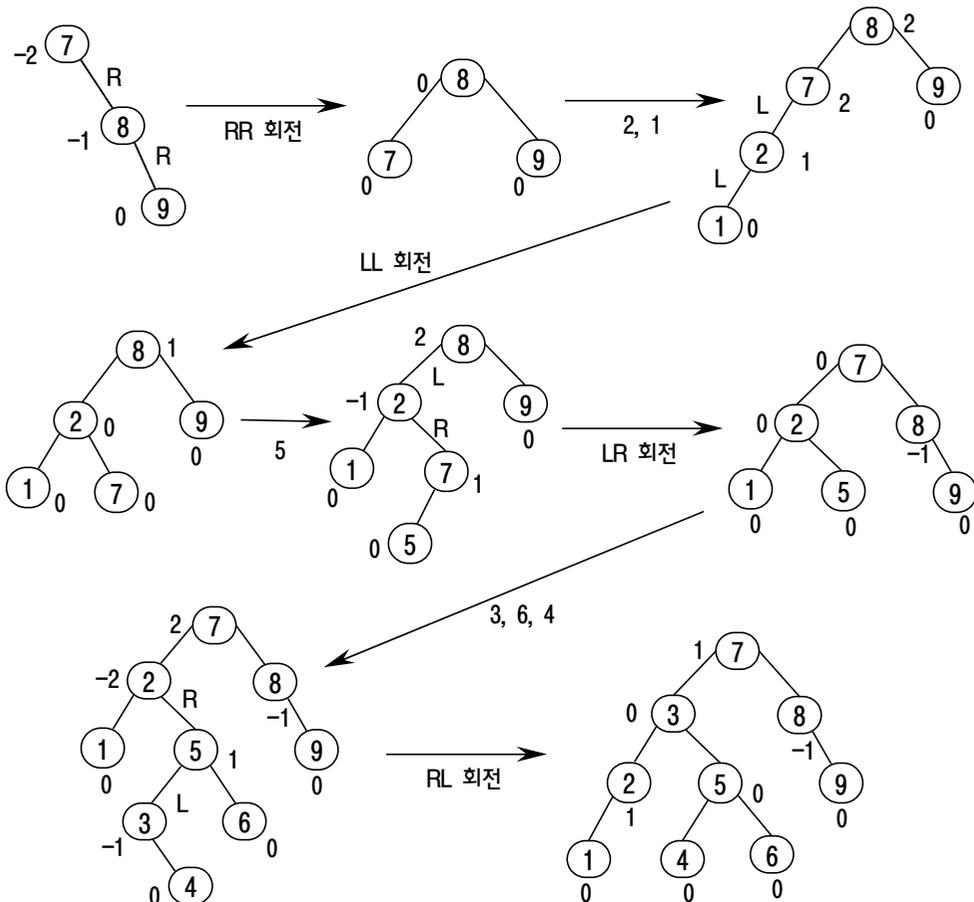
- 회전 기준은
최근에 삽입된 노드로부터 가장 가까운 조상노드의 균형인수 값이 ± 2 인 노드이다.
- 마지막 자료 4가 입력될 때, 회전 기준은 (10, 5, 2)이 된다.
→ 이것을 정확하게 알면 안 헛갈린다.
- AVL 트리에서 7을 검색하기 위해서는 3번의 비교가 필요하다.

2. 키 값 입력 순서가 7, 8, 9, 2, 1, 5, 3, 6, 4인 노드들을 이용하여 AVL 트리를 구성하였다. 완성된 AVL 트리에서 균형인수가 1인 노드의 키값은?

- ① 2 ② 4
 ③ 5 ④ 9

☞ AVL 트리에서 회전 4가지 - LL, RR, LR, RL

- 새로운 키가 삽입되면서 부분적으로 회전을 실시하게 된다.
- 최근에 삽입된 노드에서 가장 가까운 조상노드의 균형인수 값이 ± 2 인 노드가 회전 기준이다.
- 균형인수 값이 ± 2 인 노드가 여러 개 있을 때 주의할 것!

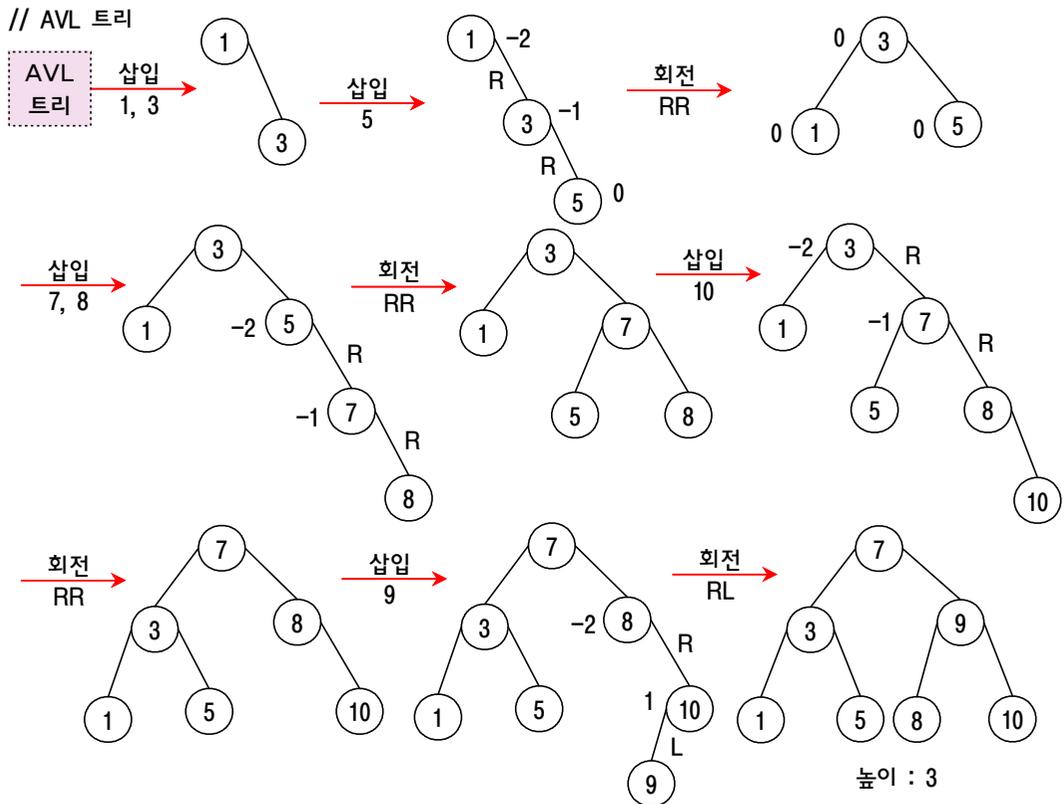
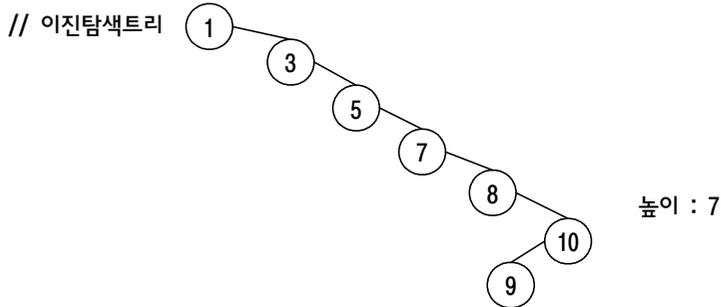


- 완성된 AVL 트리에서 균형인수(balance factor)가 1인 노드는 2와 7이다.

3. 데이터 <1, 3, 5, 7, 8, 10, 9>를 차례대로 하나씩 입력받아 이진탐색트리와 AVL 트리를 각각 만들었을 때, 두 트리 간의 높이 차는? [2021년 국가 7급]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

☞ 이진탐색트리와 AVL 트리



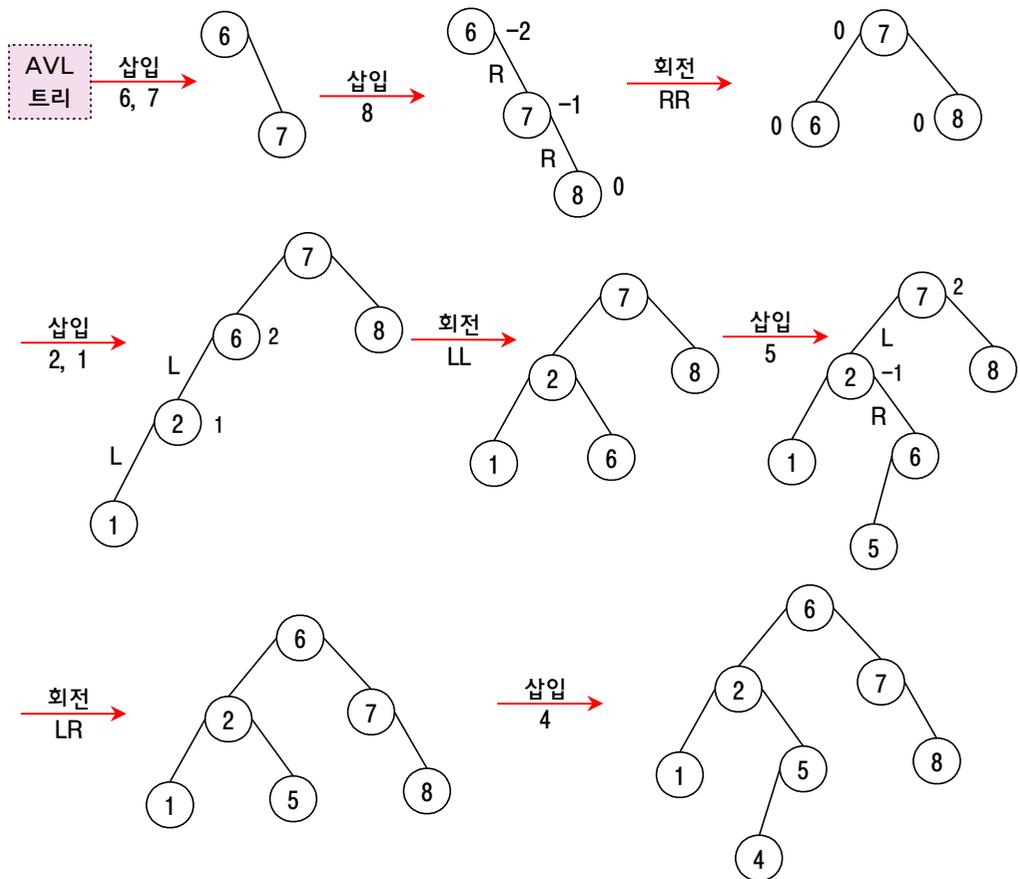
• 두 트리 간의 높이 차 = 7 - 3 = 4

4. 다음 데이터를 차례대로 하나씩 입력받아 AVL 트리를 생성할 때, 필요한 회전을 적용 순서대로 바르게 나열한 것은? [2022년 국가 7급]

6, 7, 8, 2, 1, 5, 4

- ① LL회전, LR회전, LR회전
- ② LL회전, LR회전, RL회전
- ③ RR회전, LL회전, LR회전
- ④ RR회전, LL회전, RL회전

♣ AVL 트리



• 회전 : RR회전, LL회전, LR회전

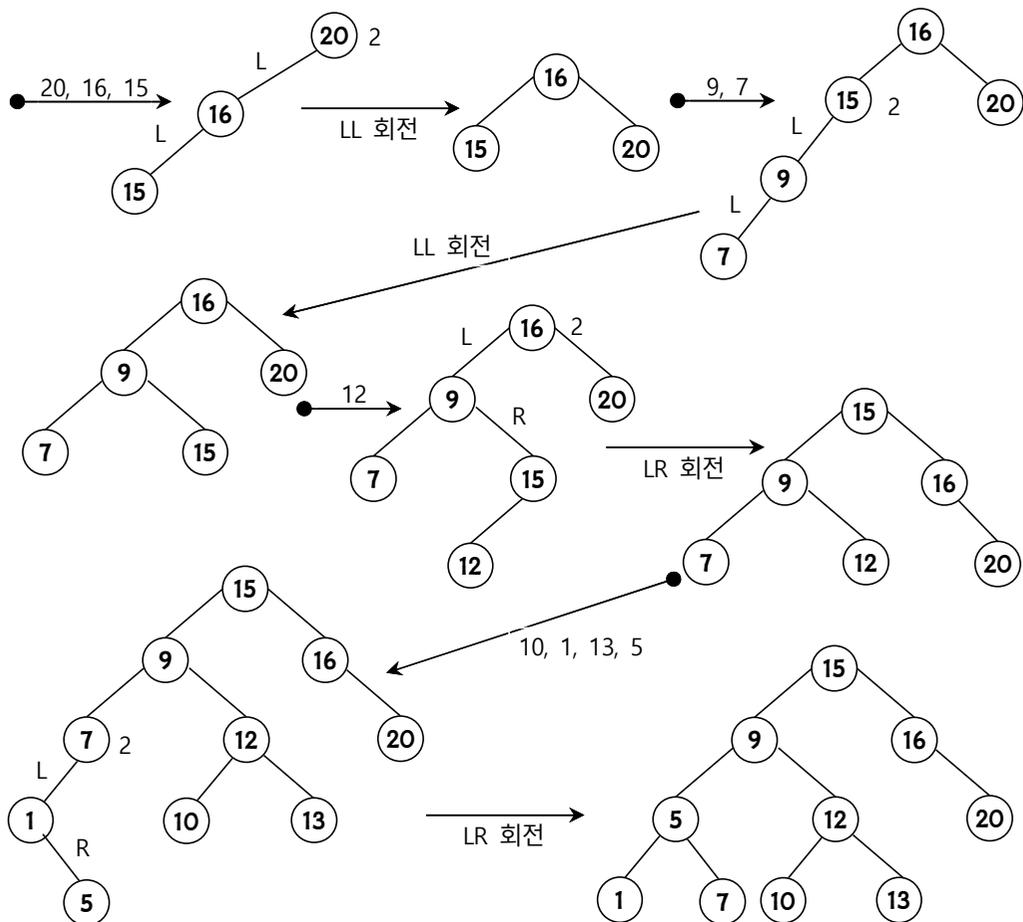
정답 : ③

5. 다음 정수들을 순서대로 삽입하여 AVL 트리를 구성하였다. AVL 트리의 구성 과정 중에 사용된 회전방법들로 옳은 것은? [2013년 국가 7급] [2020년 군무 7급]

20, 16, 15, 9, 7, 12, 10, 1, 13, 5

- ① LL 회전, RR 회전, RL 회전
- ② RR 회전, RL 회전
- ③ LL 회전, LR 회전
- ④ LL 회전, LR 회전, RL 회전

☞ AVL 트리 - 20, 16, 15, 9, 7, 12, 10, 1, 13, 5



단순회전	LL 회전, RR 회전
이중회전	LR 회전, RL 회전

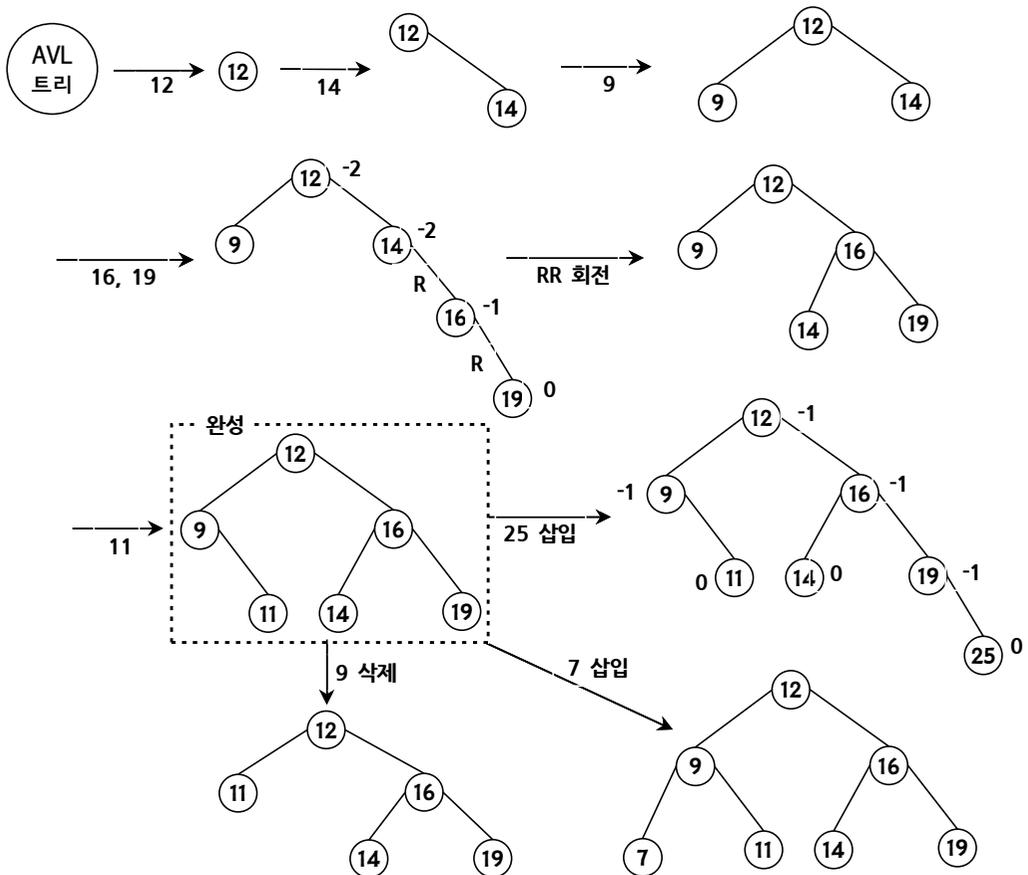
정답 : ③

6. 다음 키(key)를 갖는 데이터들을 공백 AVL 트리에 차례대로 저장하였다. 생성된 AVL 트리를 T 라고 할 때, 다음 설명 중에서 옳은 것은? [2017년 국가 7급]

12, 14, 9, 16, 19, 11

- ① T에 키가 25인 노드를 삽입하면 루트 노드가 바뀌게 된다.
- ② T에서 키가 9인 노드를 삭제하면 T의 높이가 1 감소한다.
- ③ T에 키가 7인 노드를 삽입하면 T의 높이가 1 증가한다.
- ④ 키가 9인 노드와 키가 16인 노드는 형제 노드이다.

☞ AVL 트리 - 입력 : 12, 14, 9, 16, 19, 11



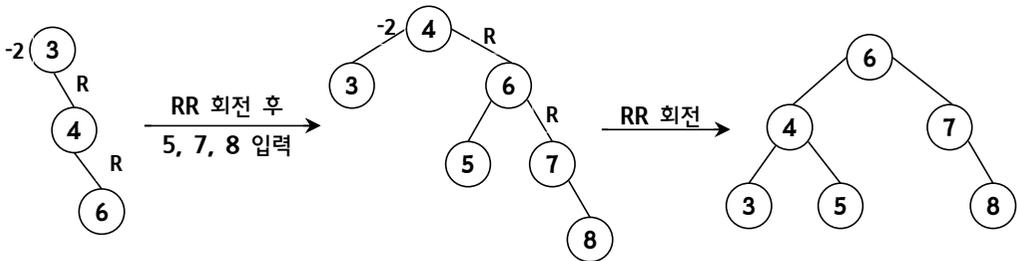
• 완성된 AVL 트리에서 키가 9인 노드와 키가 16인 노드는 형제 노드이다.(○)

7. 공백 AVL 트리에 데이터를 순서대로 삽입하여 AVL 트리를 구성할 때, 나머지와 다른 모습의 AVL 트리가 구성되는 데이터 키(key)들의 순서는? [2018년 국가 7급]

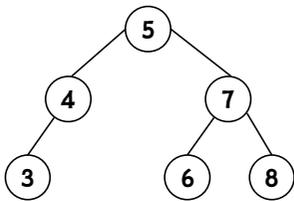
- ① 3, 4, 6, 5, 7, 8 ② 5, 4, 7, 3, 6, 8
 ③ 7, 5, 8, 6, 4, 3 ④ 8, 7, 5, 4, 6, 3

☞ AVL 트리

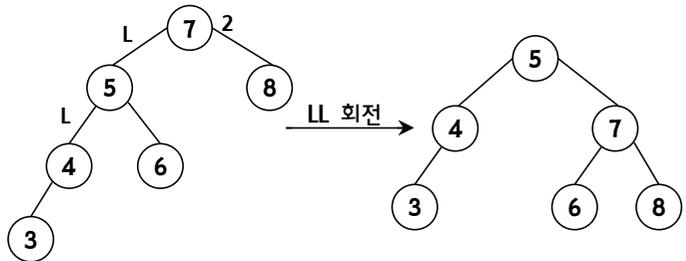
① 3, 4, 6, 5, 7, 8



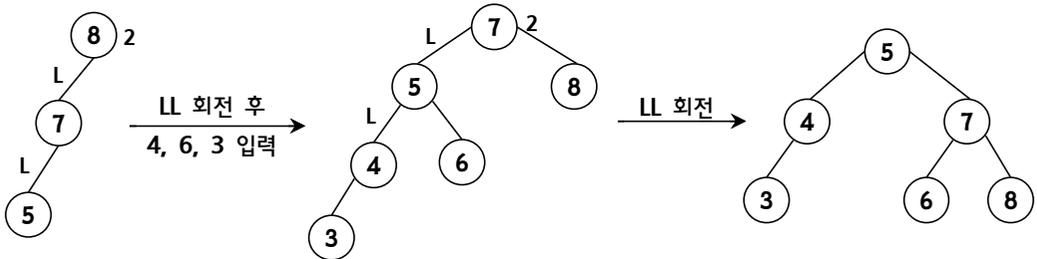
② 5, 4, 7, 3, 6, 8



③ 7, 5, 8, 6, 4, 3



④ 8, 7, 5, 4, 6, 3



• 나머지와 다른 모습의 AVL 트리는 ①번이다.

8. 다음과 같은 키 값을 갖는 데이터들을 순서대로 삽입하여 AVL 트리를 구성했을 때, 이 트리에서 각 키를 탐색하기 위한 평균비교횟수는? [2010년 국가 7급]

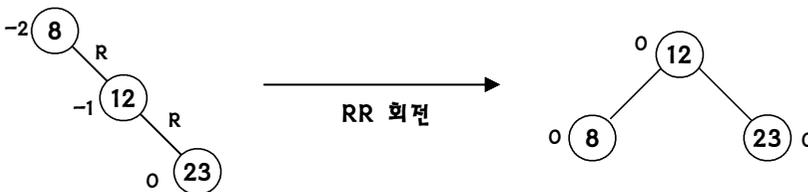
8, 12, 23, 9, 7, 6

- ① 14 / 6 ② 15 / 6
- ③ 16 / 6 ④ 17 / 6

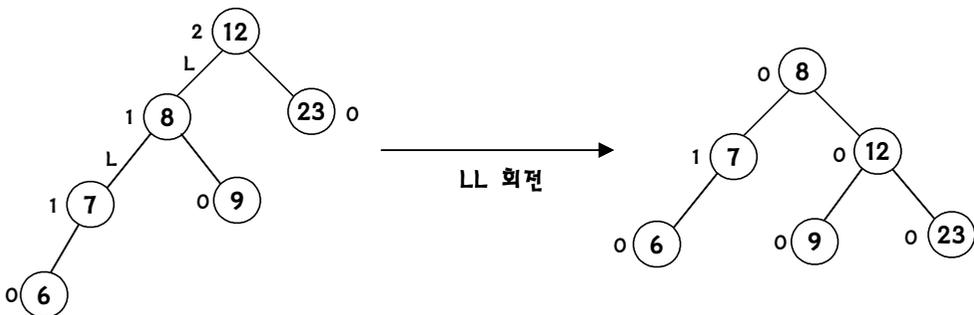
☞ AVL 트리 - 트리를 구성하면서 조건을 벗어나면 회전 실시(bf = -1, 0, 1)

- AVL 트리는 어떤 임의의 노드에 대해서도
- 왼쪽과 오른쪽 서브트리의 높이 차이(균형인수; BF)가 -1, 0, 1을 만족하는 트리이다.

① 먼저, 8, 12, 23 입력 - 23이 입력되면, AVL 트리 조건에 벗어남, RR 회전 실시



② 이어서, 9, 7, 6 입력 - 6이 입력되면, AVL 트리 조건에 벗어남, LL 회전 실시



∴ 탐색을 위한 키 평균비교횟수 = $(1 + 2 \times 2 + 3 \times 3) / 6 = 14 / 6$

9. 다음의 키 값을 가지는 7개의 데이터를 순서대로 삽입하여 AVL 트리를 구성한 후 후위순회를 수행하였다. 방문 노드들의 키 값을 방문 순서대로 바르게 나열한 것은? [2020년 국가 7급]

10, 4, 7, 12, 3, 13, 15

① 3, 4, 10, 15, 13, 12, 7

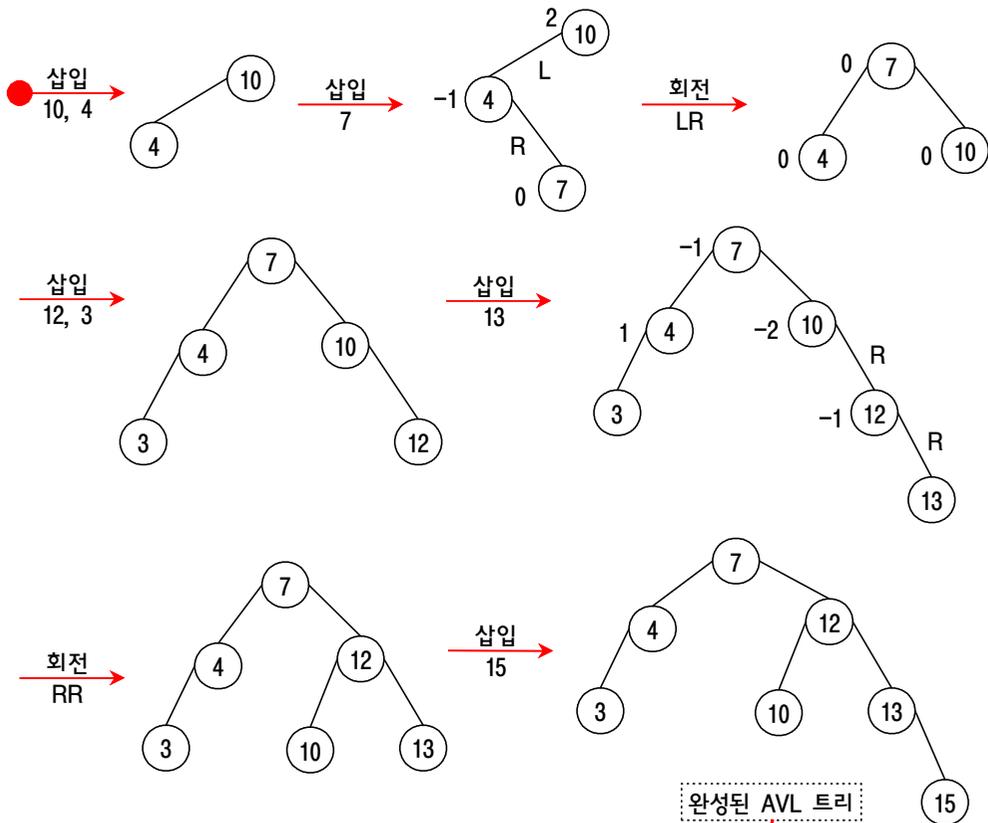
② 3, 7, 4, 12, 15, 13, 10

③ 3, 7, 4, 15, 13, 12, 10

④ 3, 10, 13, 15, 4, 12, 7

♣ AVL 트리

-1



후위순회(좌, 우, 중) : 3, 4, 10, 15, 13, 12, 7

- 균형인수 값이 ± 2 인 노드가 여러 개 있을 때 주의할 것!
- 최근에 삽입된 노드에서 가장 가까운 조상노드의 균형인수 값이 ± 2 인 노드가 회전 기준이다.

정답 : ①

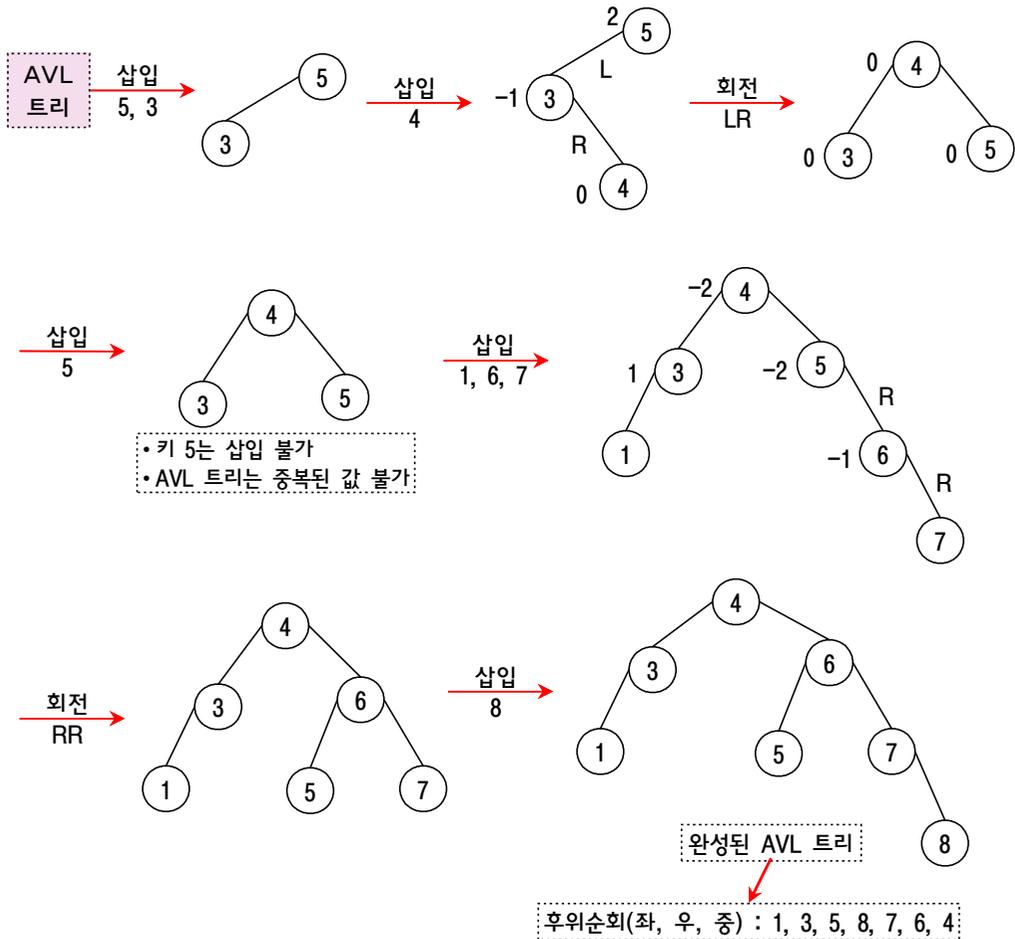
10. 다음과 같은 입력 데이터를 차례로 삽입하면서 AVL 트리를 구성하였다. 완성된 AVL 트리를 후위순회한 결과를 바르게 나열한 것은? [2020년 군무 7급]

입력 데이터 : 5, 3, 4, 5, 1, 6, 7, 8

- ① 1, 3, 5, 8, 7, 6, 4
- ② 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8
- ③ 4, 3, 1, 6, 5, 7, 8
- ④ 4, 3, 1, 5, 6, 7, 8

☞ AVL 트리

// AVL 트리에 동일한 값이 입력될 때, 어떻게 처리해야 하느냐? 이다.



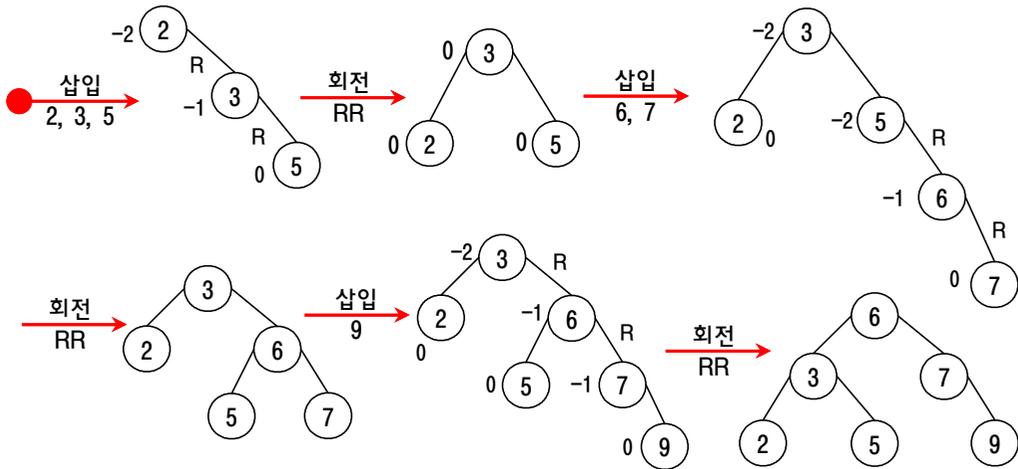
11. 공백 AVL 트리에 키(key)를 차례대로 저장하여 AVL 트리를 구축한다고 할 때, 생성되는 AVL 트리의 모양이 다른 것은? [2020년 서울 7급]

- ① 2, 3, 5, 6, 7, 9
- ② 3, 5, 6, 2, 7, 9
- ③ 5, 2, 3, 7, 6, 9
- ④ 6, 7, 9, 2, 3, 5

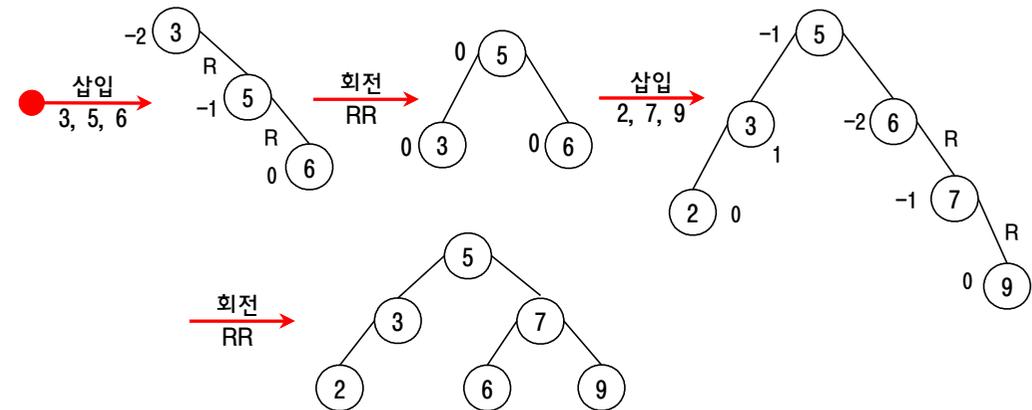
☞ AVL 트리

// 이런 유형의 문제는 모두 AVL 트리를 그려 보아야 한다.

① 2, 3, 5, 6, 7, 9

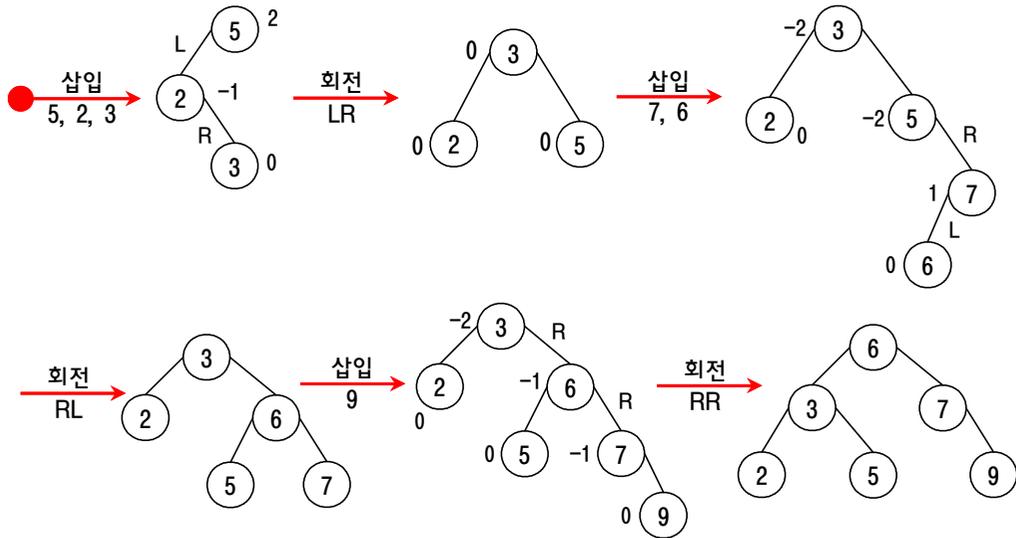


② 3, 5, 6, 2, 7, 9

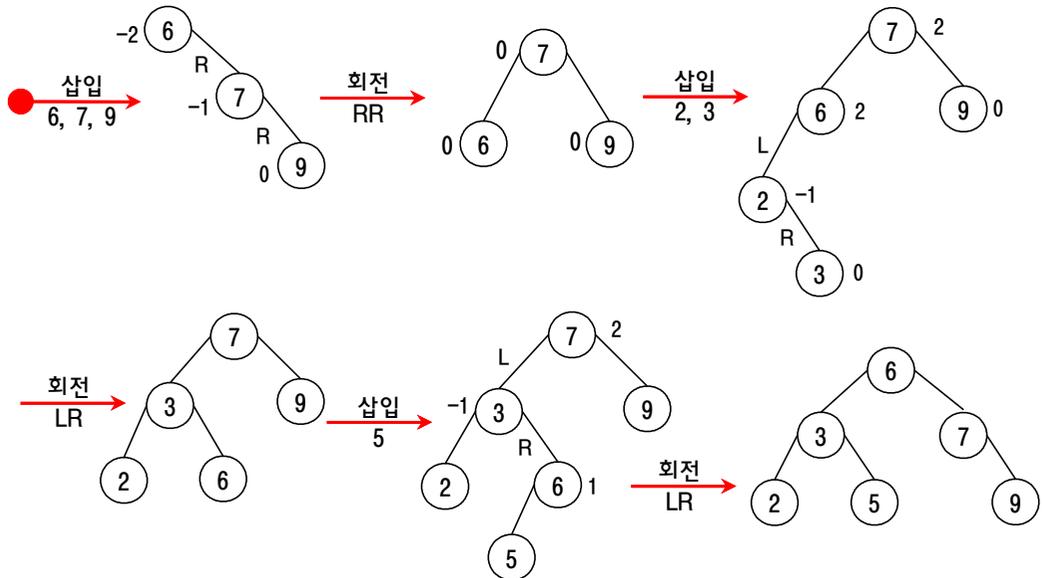


• 항목 ①과 ②는 AVL 트리 외부 모양이 다르다. 노드에 저장된 값은 같다.

③ 5, 2, 3, 7, 6, 9

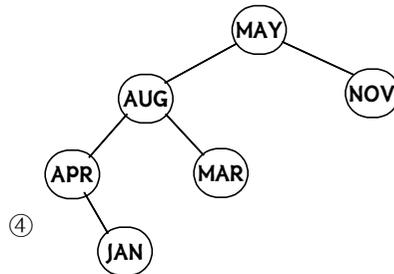
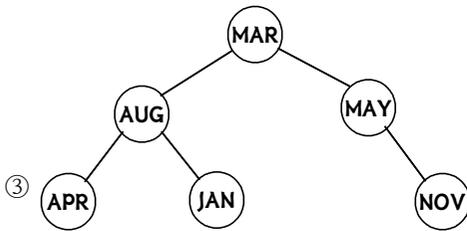
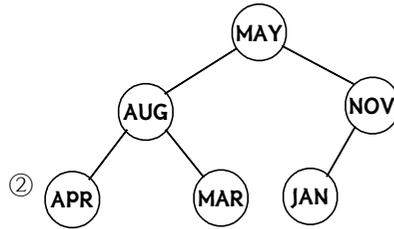
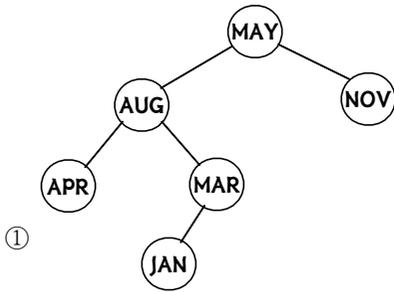
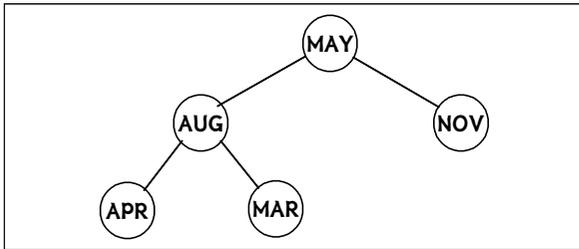


④ 6, 7, 9, 2, 3, 5

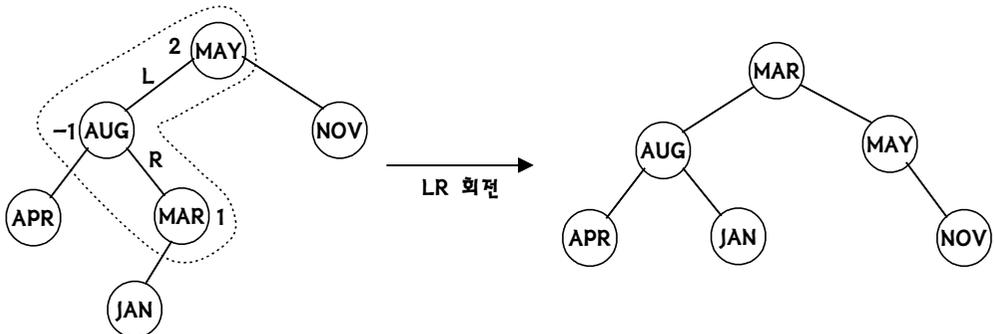


- 균형인수 값이 ± 2 인 노드가 여러 개 있을 때 주의할 것!
- 최근에 삽입된 노드에서 가장 가까운 조상노드의 균형인수 값이 ± 2 인 노드가 회전 기준이다.

12. 다음은 알파벳 문자열을 키값으로 저장하는 AVL 트리이다. 이 트리에서 데이터 'JAN'을 삽입한 결과로 옳은 것은? [2009년 국가 7급]

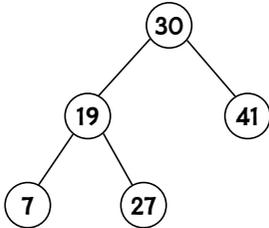


☞ AVL 트리 - LR 회전



정답 : ③

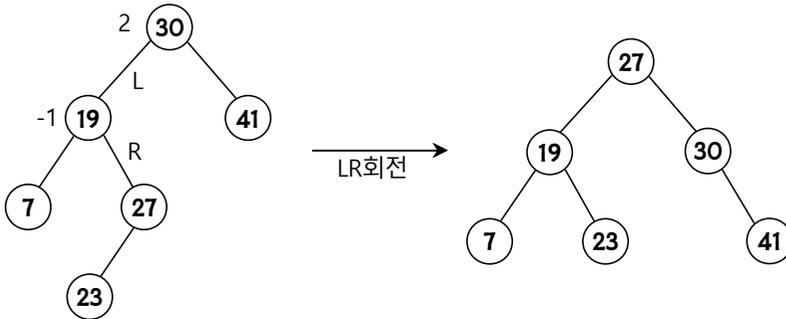
13. 다음 AVL 트리에 정수 23을 삽입하면 AVL 트리로서의 균형이 깨진다. 회전을 통해 이 트리를 AVL 트리로 변환한 후에 전위순회(preorder traversal)를 수행하였을 때 노드 방문 순서는? [2016년 국가 7급]



- ① 30, 19, 7, 23, 41, 27
- ② 30, 7, 19, 23, 27, 41
- ③ 27, 19, 7, 23, 30, 41
- ④ 27, 19, 7, 30, 23, 41

☞ AVL 트리에 정수 23을 삽입

• 정수 23을 삽입하고, LR회전 실시



• 전위순회(중간, 좌, 우) : 27, 19, 7, 23, 30, 41

정답 : ③

14. 다음 중 배열을 이용하기에 가장 적합하지 않은 응용 구조는? [2004년 기술고시]

- ① 최대힙(max-heap)의 구현
- ② 행렬(matrix)의 곱셈
- ③ 스택(stack)의 구현
- ④ AVL 트리의 구현

☞ AVL 트리 구현

• AVL 트리 구현은 연결리스트 구조를 사용하는 것이 바람직하다.

정답 : ④

15. 다음은 AVL 트리를 이용하여 우선순위 큐(priority queue)를 구현할 때, 최소값 찾기(findMin), 최소값 제거(deleteMin) 및 삽입(insert) 연산에 대한 최악의 경우 시간복잡도를 차례대로 나열한 것이다. 가장 적절한 것은? (단, 작은 값이 높은 우선순위를 갖는다고 가정한다) [2021년 군무원 7급]

- ① $O(\log n) - O(\log n) - O(\log n)$
- ② $O(1) - O(\log n) - O(\log n)$
- ③ $O(1) - O(\log n) - O(1)$
- ④ $O(\log n) - O(\log n) - O(1)$

☞ AVL 트리를 이용한 우선순위 큐

-
- 최소값 찾기, 제거, 삽입에 대한 최악의 경우 시간복잡도 : 모두 $O(\log n)$ 이다.
 - 이유는 AVL 트리의 탐색, 제거, 삽입에 대한 최악의 경우 시간복잡도가 $O(\log n)$ 이므로
-

정답 : ①

16. 자료구조 중 최악의 경우를 기준으로 했을 때 탐색(search) 성능이 가장 좋은 것은? [2011년 국가 9급]

- ① 정렬되지 않은 배열
- ② 체인법을 이용하는 해시테이블
- ③ 이진탐색트리
- ④ AVL 트리

☞ 탐색 성능 - 최악의 경우

-
- 정렬되지 않은 배열 : $O(n)$ → 순차탐색
 - 체인법을 이용하는 해시테이블 : $O(n)$ → 순차탐색
 - 이진탐색트리 : $O(n)$ → 사향이진트리가 되는 경우(순차탐색)
 - AVL 트리 : $O(\log n)$ → 가장 우수함(균형트리)
-

정답 : ④